

cognitionem, ut si radices sapientiae datas circa illam cognoscat, et eas radices recte applicet ad caeterarum scientiarum et rerum cognitiones, tunc omnia sequentia poterit scire sine errore et sine dubitatione, ac de facili et potenter. Sine his enim nec praecedentia nec consequentia sciri possunt; unde perficiunt priora et regulant, sicut finis ea quae sunt ad finem, et disponunt et aperiunt viam ad sequentia. Ad quod nunc intendo innuere per auctoritatem et rationem; et primo in scientiis humanis et rebus istius mundi, deinde in divina, et ultimo prout ad Ecclesiam et caetera tria comparantur.

CAPITULUM II.

In quo probatur per auctoritatem, quod omnis scientia requirit mathematicam.

Authorities
for this
view.
Boethius.

Per auctoritatem quidem sic procedo. Dicit Boethius¹ in secundo prologo Arithmeticae, quod 'mathematicae quatuor partibus si careat inquisitor, verum minime invenire possit.' Et iterum 'Sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est.' Et adhuc dicit 'Qui spernit has semitas sapientiae, ei denuncio non recte philosophandum.' Et iterum, 'Constat quisquis haec praetermiserit, omnis sapientiae perdidisse doctrinam.' Quod etiam omnium virorum authenticorum sententia confirmat dicens, 'Inter omnes priscae auctoritatis viros, qui Pythagora duce puriore mentis ratione vigerunt, constare manifestum est, haud quemquam in philosophiae disciplinis ad cumulum perfectionis evadere, nisi cui talis prudentiae nobilitas quodam quasi quadrivio investigatur.' Et in particulari ostenditur per Ptolemaeum et ipsum Boetium². Cum enim

¹ Boethius, as appears from a letter addressed to him by Theodoric which is quoted by Cassiodorus, made Latin translations of many of the Greek mathematicians; Euclid, Nicomachus, Archimedes, Ptolemy, &c. These, however, have disappeared; the two books *De Institutione Arithmetica*, and the five books *De Musica*, with a few doubtful fragments of his *Geometry*, alone remain. The expression quadrivium, as applied to the four sciences of arithmetic, music, geometry, and astronomy, seems to have originated with Boethius.

² In the introduction to the *Almagest* Ptolemy remarks that mathematic holds an intermediate place between the invisible and incomprehensible object of

sint modi tres philosophiae essentialia, ut dicit Aristoteles in sexto Metaphysicae, mathematicus, naturalis, et divinus, non parum valet mathematicus ad reliquorum duorum modorum scientiae comprehensionem, ut docet Ptolemaeus in capitulo primo Almagesti quod et ipse ibidem ostendit. Et cum divinus sit dupliciter, ut patet ex primo Metaphysicae, scilicet Philosophia prima, quae Deum esse ostendit, cujus proprietates excelsas investigat, et civilis scientia quae cultum divinum statuit, multaque de eo secundum possibilitatem hominis exponit, ad utramque istarum multum valere mathematicam idem Ptolemaeus asserit et declarat. Unde Boetius in fine arithmeticae mathematicas medietates asserit in rebus civilibus inveniri. Dicit enim quod 'arithmetica medietas reipublicae comparatur quae a paucis regitur, idcirco quod in minoribus ejus terminis major proportio fit, musicam vero medietatem optimatum dicit esse rempublicam. eo quod in majoribus terminis major proportionalitas invenitur. Geometrica medietas popularis quodammodo exaequatae civitatis est : namque vel in minoribus vel in majoribus aequali omnium proportionalitate componuntur. Est enim inter omnes paritas quaedam medietatis aequum jus in proportionibus conservantis.' Et quod sine his respublica regi non potest, Aristoteles et ejus expositores in moralibus in pluribus locis docent. De his vero medietatibus exponetur, quando ad divinas veritates applicabuntur. Cum vero omnes modi Philosophiae essentialia, qui sunt plures quam quadraginta scientiae ad invicem distinctae, reducantur ad hos tres, sufficit nunc per auctoritates dictas persuasum esse valorem mathematicae respectu modorum philosophiae essentialium.

Modi autem philosophiae accidentales sunt grammatica et logica. Et quod sine mathematica non possunt sciri scientiae istae patet per Alpharabium in libro de scientiis. Nam etsi grammatica pueris ministrat ea quae vocis sunt et proprietates

Alpharabius proves dependence of grammar and of logic on mathematic.

Theology, and the shifting phenomena of nature. *Τὰ μὲν ἄλλα δύο γένη τῶ θεωρητικῶ μάλλον ἢ τις εἰκασίαν ἢ κατάληψιν εἶποι· τὸ μὲν θεολογικὸν διὰ τὸ παντελῶς ἀφανὲς αὐτοῦ καὶ ἀνεπίληπτον, τὸ δὲ φυσικὸν διὰ τὸ τῆς ὕλης ἀστατον καὶ ἀδηλον· ὡς διὰ τοῦτο μῆδέποτε ἂν ἐπιείσῃσι περὶ αὐτῶν ὁμοιοῆσαι τοὺς φιλοσοφοῦντας· μόνον δὲ τὸ μαθηματικόν, εἰ τις ἐξεταστικῶς αὐτῷ προσέρχεται βεβαίαν καὶ ἀμετάπιστον τοῖς μεταχειρομένοις τὴν εἰδησιὴν παράσχοι.* He indicates also the value of mathematical study in elevating and consolidating character.

ejus in prosa, et metro, et rhythmō, nihilominus tamen hoc facit pueriliter, et per viam narrationis, non per causas, nec per rationes. Nam alterius scientiæ est dare causas horum, scilicet illius, quæ vocum naturam plenarie habet considerare, et hæc sola est musica, cujus species et partes multæ sunt. Nam una est prosaica, et altera est metrica et tertia est rhythmica, et quarta est melica in cantu. Et præter has habet plures. Et prosaica docet causas omnium elevationum vocum in prosa, secundum accentuum differentias et secundum cola et commata et periodos et hujusmodi¹. Et metrica docet omnes rationes et causas pedum et metrorum. Et rhythmica de omni modulatione et proportione suavi rhythmorum docet, quia omnia ista sunt quaedam genera cantus, licet non sic ut in cantu usuali. Nam accentus dicitur quasi accantus, de *accino, accinis*. Unde ad musicam pertinent sicut docet Cassiodorus in musica, et Censorinus in libris de accentu, et sic de aliis. Hoc autem testantur auctores musicæ, et libri de illa scientiâ. Et his concordat Alfarabius in libro de divisione scientiarum. Ergo grammatica dependet causaliter ex musica.

Eodem modo logica. Nam finis logicæ est compositio argumentorum quæ movent intellectum practicum ad fidem et amorem virtutis et felicitatis futuræ, ut prius ostensum est, quæ argumenta traduntur in libris Aristotelis de his argumentis, ut declaratum est. Sed hæc argumenta debent esse in fine pulchritudinis, ut rapiatur animus hominis ad salutiferas veritates subito et sine praevisione, ut docetur in illis libris. Et Alfarabius² hoc docet maxime de poetico, cujus sermones

¹ For a fuller discussion of punctuation, metre, and rhythm, see *Opus Tertium*, ch. 62 and 63.

² Abu Nasr Muhammed ibn Muhammed ben Tarchân ben Auzelag el Fârâbi, known in the Western world as Alfarabius, was born A. D. 870 in the town of Farab (afterwards called Otrar) in Turkestan, and is one of many instances proving that Mahomedan learning in the Middle Ages was not limited to the Arab race. He was ignorant of Arabic till he came to Bagdad for the purposes of study. Having acquired it he became one of the most zealous students of Aristotle, devoting himself specially to the *Physics* and the *De Anima*. The latter part of his life was spent in Damascus, where he died in 950 A. D. Of his original works the most important was *Liber de scientiis earumque numero partibus et præstantia*. This work was translated by Dominicus Gundisalvi, at

debent esse sublimes et decori, et ideo cum ornatu prosaico, et metrico, et rhythmico insigniti, secundum quod competit loco et tempori et personis et materiae de qua sit persuasio. Et sic docuit Aristoteles in libro suo de poetico argumento, quem non ausus fuit interpres Hermannus transferre in Latinum propter metrorum difficultatem, quam non intellexit, ut ipse dicit in prologo commentarii Averrois super illum librum. Et ideo finis logicae pendet ex musica. Sed finis est nobilissimum in re, et imponit necessitatem eis quae sunt ad finem, ut Aristoteles dicit in secundo Physicae; nec habent utilitatem suam ea quae naturaliter ordinantur ad finem, nisi quando ad finem suum comparantur, ut patet in singulis. Et ideo tota utilitas logicae nascitur ex comparatione logicalium omnium ad hujusmodi argumenta, et ideo cum dependeant ex musicalibus necesse est logicam mendicare potestatem musicae. Et haec

Toledo, in the twelfth century. In the following century Hermannus Alemannus translated Aristotle's *Rhetoric* from the Arabic, and with it certain commentaries of Alfarabius. 'Omnia enim,' he says, 'in glosa super hunc librum exquisite Alfarabius pertractavit.' Hermann observes, however, that 'Alfarabius multa exempla Graeca propter ipsorum obscuritatem pertransiens derelinquit.' The Arabic version of Aristotle's *Poetics* seems to have been made not by Alfarabius but by Averroes. Hermann remarks on the extreme difficulty of rendering this version into Latin, 'propter disconvenientiam modi metrificandi in Graeco cum modo metrificandi in Arabico, et propter vocabulorum obscuritatem, et plures alias causas.'

Alfarabius is one of the authors (Aristotle, Avicenna, and Algazel being the others) from whom David the Jew compiled the work *De Causis*, of which Albertus Magnus gives a long description, and which is cited both by Bacon and by Thomas Aquinas. See Jourdain, pp. 112, 138-145, 184-5; also Wuestenfeld, *Geschichte der Arabischen Aerzte und Naturforscher* (Göttingen, 1840).

The short treatise, *De Scientiis*, is interesting for its comprehensive and encyclopaedic survey of Science. It consists of five chapters. 1. De Scientia Linguae et partibus ejus. 2. De Scientia Logicae et partibus ejus. 3. De Scientiis doctrinalibus, quae sunt Geometria, Arithmetica, Scientia de Aspectibus, Scientia stellarum doctrinalis, Scientia Musicae, Scientia de Ponderibus, Scientia de Ingeniis. 4. De Scientia naturali et partibus ejus; et Scientia divina et partibus ejus. 5. De Scientia civili et partibus ejus, et de Scientia judicandi, et de Scientia eloquendi.

Like Bacon, Alfarabi includes rhetoric and poetic as parts of Logic. 'Rhetorica movet animum auditoris et inclinatur ad illud quod voluerit, ut credatur id quod dicit et generet in eo cognitionem proximam certitudini. Proprium est autem Poeticae sermonibus sensum facere imaginari pulchrum aliquid et dubium quod non est, ita ut auditor credat et aliquid abhorreat vel appetat . . . quoniam Imaginatio plus operatur in homine quam scientia vel cognitio.'

omnia sunt secundum sententiam Alpharabii in libro de scientiis, et patent similiter per Aristotelem et Averroem in libris suis, licet Latini horum usum non habeant. Sed non solum dependet cognitio logicae a mathematica propter suum finem, sed propter medium et cor ejus, quod est liber posteriorum, nam ille liber docet artem demonstrandi. Sed nec principia demonstrationis; nec conclusiones, nec ipsa tota potest cognosci, nec manifestari nisi in mathematicis rebus, quia ibi solum est demonstratio vera et potens, ut omnes sciunt et exponetur post. Quapropter necesse est logicam a mathematicis dependere.

Without
mathematic the
Categories
are un-
intelligible.

Item propter suum principium, non solum propter medium et finem. Nam liber praedicamentorum est primus liber logicae secundum Aristotelem. Sed constat praedicamentum quantitatis cognosci non posse sine mathematica. Nam sola mathematica constituitur de quantitate cognoscenda. Quantitati vero annexa sunt praedicamenta de quando et ubi. Nam quando attinet tempori, et ubi oritur ex loco. Praedicamentum habitus non potest cognosci sine praedicamento ubi, ut docet Averroes in quinto *Metaphysicae*. Major vero pars praedicamenti qualitatis continet passiones et proprietates quantitatum, quia omnia quae sunt in quarto genere qualitatis vocantur qualitates in quantitativis. Et omnes passiones earum quae absolute debentur eis sunt qualitates, de quibus magna pars geometriae et arithmeticae constituuntur, sicut sunt rectum et curvum, et caetera quae lineae debentur, et triangulatio et omnis reliqua figuratio, quae superficiei et corpori assignantur; et primum incompositum in numeris, ut docet Aristoteles quinto *Metaphysicae* et caeterae passiones numerorum absolutae. Quicquid autem dignum est consideratione in praedicamento relationis est proprietas quantitatis, ut sunt proportionales et proportionalitates, et medietates geometricae, et arithmeticae, et musicae, et species majoris inaequalitatis et minoris. Substantiae vero spirituales non cognoscuntur per philosophiam nisi per corporales, et maxime supercoelestes, secundum quod Aristoteles docet undecimo *Metaphysicae*. Nec inferiora cognoscuntur nisi per superiora, quia coelestia sunt causae inferiorum. Sed coelestia non cognoscuntur nisi per quantitatem, sicut patet

ex astronomia. Et ideo omnia praedicamenta dependunt ex cognitione quantitatis, de qua est mathematica, et ideo virtus tota logicae dependet ex mathematica.

CAPITULUM III.

In quo probatur per rationem quod omnis scientia requirit mathematicam.

Mathematical examples used to illustrate other sciences.

Quod vero per auctoritatem de tota mathematica ostensum est, potest nunc per rationem similiter ostendi. Et primo, quia aliae scientiae utuntur exemplis mathematicis, sed exempla ponuntur propter evidentiam rerum de quibus scientiae constituuntur; quare ignorantis exemplis, ignorantur ea propter quorum intelligentiam adducuntur. Cum enim alteratio in naturalibus non inveniatur sine augmento et diminutione quibuscumque nec haec sine alteratione: non potuit Aristoteles ad purum manifestare differentiam inter augmentum et alterationem per aliquod exemplum naturale, quia semper concomitantur se aliquo modo; propter quod posuit exemplum mathematicum in quadrangulo quod addito gnomone crevit, et non alteratur. Quod exemplum ante vigesimam secundam propositionem sexti libri elementorum non potest intelligi. In illa enim sexti probatur, quod quadrangulus minor est omnino similis majori. Et ideo non alteratur minor, cum fiat major de minore per gnomonis additionem.

Secundo, quia mathematicarum rerum cognitio est quasi nobis innata. Socrati enim interroganti geometrica a puero pusione, ut recitat Tullius primo Tusculanarum quaestionum ita respondebat, quasi geometriam didicisset. Et hoc saepe expertum est in multis; quod non accidit in aliis scientiis, ut ex sequentibus magis erit manifestum. Quapropter cum sit quasi innata, et tanquam praecedens inventionem et doctrinam, seu saltem minus indigens eis quam aliae scientiae, prima erit inter scientias et praecedens alias, disponens nos ad eas; quoniam quae innata sunt vel prope disponunt ad acquisita.

Comprehension of mathematical truth innate.

Tertio, quia haec scientia prius est inter omnes partes